Questions de cours

SG $\Rightarrow$ Atome Ag configuration [Kr]$4d^{10}5s^1$ à travers $\vec{B}$ inhomogène
$\vec{L} = \vec{0} \Rightarrow$ pas déviée ($m=0$)
$\vec{F}$ subie : $\vec{F} = \mu_3 \frac{\partial B_3}{\partial 3} \vec{u}_3$
hors $\Rightarrow$ déflexion en 2 faisceaux et rien en ligne droite en $3=0$
$\rightarrow$ introduction du spin $\Rightarrow$ 1ère mise en évidence quantification spatiale

Propriétés et addition des moments cinétiques

$$[l_x, l_y] = [yp_z - zp_y, zp_x - xp_z]$$
$$= [yp_z, zp_x] + [zp_y, xp_z]$$
$$= yp_z \cdot zp_x - zp_x yp_z + zp_y x p_z - xp_z zp_y$$
$$= y\underbrace{(p_z \cdot z - zp_z)}_{-i\hbar} p_x + x\underbrace{(zp_z - p_z z)}_{i\hbar} p_y$$
$$= -i\hbar(yp_x - xp_y)$$
$$= i\hbar l_z$$

$[yp_3, 3p_x - xp_3] - [3p_y, 3p_x - xp_3]$

$[yp_3, 3p_x] - [yp_3, xp_3] - [3p_y, 3p_x] + [3p_y, xp_3]$

3 et p_3 fact.

$p_y p_x = p_x p_y$.

$p_x p_3 = p_3 p_x$.

$$\begin{vmatrix} x \\ y \\ 3 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} p_x \\ p_y \\ p_3 \end{vmatrix}$$

Les autres relations : permutation ~~cyclique~~ circulaire.

b) i. $[j^2, j_z] = [j_x^2 + j_y^2 + j_z^2, j_z]$
$$= [j_x^2, j_z] + [j_y^2, j_z]$$

on calcule : $[j_x^2, j_z] = j_x j_x j_z - j_z j_x j_x - j_x j_z j_x + j_x j_z j_x$

$$= j_x\underbrace{(j_x j_z - j_z j_x)}_{-i\hbar j_y} + \underbrace{(j_x j_z - j_z j_x)}_{-i\hbar j_y} j_x$$

$$= -i\hbar j_x j_y - i\hbar j_y j_x$$ pas un commutateur

On calcule $[j_y^2, j_z] = j_y\underbrace{(j_y j_z - j_z j_y)}_{i\hbar j_x} + \underbrace{(j_y j_z - j_z j_y)}_{i\hbar j_x} j_y$

$$= i\hbar j_y j_x + i\hbar j_x j_y$$

donc $[j_x^2, j_z] + [j_y^2, j_z] = 0 = [j^2, j_3]$

3b) (ii) $[\hat{J}_z, \hat{J}_\pm] = [\hat{J}_z, \hat{J}_x \pm i\hat{J}_y]$

$$= \underbrace{[\hat{J}_z, \hat{J}_x]}_{+i\hbar \hat{J}_y} \pm i \underbrace{[\hat{J}_z, \hat{J}_y]}_{(\pm i)\times -i\hbar \hat{J}_x}$$

$$= \pm\hbar \underbrace{(\hat{J}_x \pm i\hat{J}_y)}_{\hat{J}_\pm}$$

(iii) $[\hat{J}_+, \hat{J}_-] = \hat{J}_+\hat{J}_- - \hat{J}_-\hat{J}_+$

on calcule : $\hat{J}_+\hat{J}_- = (\hat{J}_x + i\hat{J}_y)(\hat{J}_x - i\hat{J}_y)$

$$= \hat{J}_x^2 + \hat{J}_y^2 - i[\hat{J}_x, \hat{J}_y]$$

$$= \hat{J}_x^2 + \hat{J}_y^2 + \hbar \hat{J}_z$$

$\hat{J}_-\hat{J}_+ = (\hat{J}_x - i\hat{J}_y)(\hat{J}_x + i\hat{J}_y)$

$$= \hat{J}_x^2 + \hat{J}_y^2 + i[\hat{J}_x, \hat{J}_y] \Rightarrow 1^{ere} \text{ question} : i\hbar \hat{J}_3 .$$

$$= \hat{J}_x^2 + \hat{J}_y^2 - \hbar \hat{J}_z$$

donc : $[\hat{J}_+, \hat{J}_-] = 2\hbar \hat{J}_z$ (Cohen p. 652)

3c) $[J_x, J_y] = [\hat{J}_{1,x} + \hat{J}_{2,x}, \hat{J}_{1,y} + \hat{J}_{2,y}]$

$$= \underbrace{[\hat{J}_{1,x}, \hat{J}_{1,y}]}_{i\hbar \hat{J}_{1,z}} + \underbrace{[\hat{J}_{1,x}, \hat{J}_{2,y}]}_{=0} + \underbrace{[\hat{J}_{2,x}, \hat{J}_{1,y}]}_{=0} + \underbrace{[\hat{J}_{2,x}, \hat{J}_{2,y}]}_{= i\hbar \hat{J}_{1,z}}$$

operateurs dans des espaces differentes !

$$= i\hbar J_z$$

et permutation cyclique

Effet Zeeman

1) H_3 en fonction de $\vec{L}, \vec{S}, \vec{J}, \vec{I}, \omega_0$ et ω_m

$$\mu_B = \frac{\hbar|q_e|}{2m_e} \qquad \mu_n = \frac{\hbar|q_+|}{2m_p} \qquad \omega_0 = \frac{\mu_B B_0}{\hbar} \qquad \omega_m = \frac{\mu_n B_0}{\hbar}$$

$$\vec{\mu}_L = -\mu_B \frac{\vec{L}}{\hbar} \qquad \vec{\mu}_S = -g_e \mu_B \frac{\vec{S}}{\hbar} \qquad \vec{\mu}_I = g_I \mu_n \frac{\vec{I}}{\hbar}$$

$$W_Z = -\vec{B}_0 \cdot (\vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S + \vec{\mu}_I)$$
$$= -B_0 \vec{e}_3 \cdot \left(-\mu_B \frac{\vec{L}}{\hbar} - g_e \mu_B \frac{\vec{S}}{\hbar} + g_I \mu_n \frac{\vec{I}}{\hbar}\right)$$
$$= \frac{B_0 \mu_B}{\hbar} \hat{L}_3 + \frac{B_0 2 \mu_B}{\hbar} \hat{S}_3 - \frac{B_0 g_I \mu_n}{\hbar} \vec{I}$$
$$= \omega_0 (\hat{L}_3 + 2\hat{S}_3) - g_I \omega_m \hat{I}_3$$

$$\cancel{H_3 = -\vec{B}_0 \cdot \left[\frac{-q}{2m} \vec{L} - \frac{2q}{2m} \vec{S} + \frac{q g_I}{2M_p} \vec{I}\right]}$$
$$\cancel{= \underbrace{-B_0 \vec{e}_3 \cdot \frac{-q}{2m}}_{\omega_0} (\vec{L} + 2\vec{S}) \underbrace{- B_0 \vec{e}_3 \times \frac{q g_I}{2M_p}}_{\omega_n} \vec{I}}$$
$$\cancel{= \omega_0 \vec{e}_3 \cdot (\vec{L} + 2\vec{S}) + \omega_m \vec{e}_3 \cdot \vec{I}}$$

$$\Rightarrow \hat{H}_3 = \omega_0 (\hat{L}_3 + 2\hat{S}_3) \cancel{+} g_I \omega_m \hat{I}_3$$

2) Rapport $\left|\frac{\omega_0}{\omega_m}\right| = \left|\frac{q B_0}{2m} \times \frac{2M_p}{-q g_I B_0}\right| = \frac{M_p}{g_I m_e} \sim 1836$ $\cancel{1838}$

$= \frac{\mu_B}{\mu_N}$ $\qquad \forall B_0$

structure interne

soit $\left|\frac{\omega_m}{\omega_0}\right| \sim 5{,}4\,10^{-5}$ $\Rightarrow$ on peut négliger l'action de $\vec{B}$ sur $\vec{I}$

spin nucléaire

3) $H_f \ll \hat{H}_3$ avec $\hat{H}_3 \simeq \omega_0 (\hat{L}_3 + 2\hat{S}_3)$ on néglige f et hf

a) base pour décrire $\hat{H}_3$: $|n, \ell, m_\ell, s, m_s\rangle$

Energie : $\hat{H}_3 |n \ell m_\ell s m_s\rangle = \omega_0 \hbar (m_\ell + 2m_s) |n \ell m_\ell s m_s\rangle$

car $\hat{L}_3 |\ell m_\ell\rangle = m_\ell \hbar |\ell m_\ell\rangle$
$\hat{S}_3 |s m_s\rangle = m_s \hbar |s m_s\rangle$

$$\Rightarrow \Delta E_3 = \hbar \omega_0 (m_\ell + 2m_s)$$

soit une énergie totale $E = E_n + \Delta E_3$, $E_n = -\frac{E_I}{n^2}$

Dégénérescence : n et ℓ fixés $\Rightarrow (2\ell+1)$ valeurs de m_ℓ

à combiner avec $(2s+1) = 2$ valeurs de m_s

au total : $2(2\ell+1)$ états

ici $\ell = 0$ $\quad |2, 0, 0, \pm\frac{1}{2}\rangle$ (n, ℓ, m_ℓ, m_s) $\Rightarrow$ 2 états $\equiv$ 2 valeurs de ΔE_3. $\pm \hbar \omega_0$

$\ell = 1$ $\quad |2, 1, \begin{smallmatrix}1\\0\\-1\end{smallmatrix}, \pm\frac{1}{2}\rangle \Rightarrow$ 6 états $\equiv$ 6 valeurs de ΔE_3

$2\hbar\omega_0, 0\hbar\omega_0, \hbar\omega_0, -\hbar\omega_0, 0\hbar\omega_0, -2\hbar\omega_0$

iden

~~de manière g^ale^ 2l+3 valeurs distinctes de ΔE_3~~

$\hbar\omega_0 (1 \pm 1)$
$\hbar\omega_0 (0 \pm 1)$
$\hbar\omega_0 (-1 \pm 1)$

b) Transitions électromagnétiques

$$\boxed{\Delta \ell = \pm 1 \,,\; \Delta m_\ell = 0 \pm 1 \quad \text{et} \quad \Delta m_s = 0}$$ ≡ règles de sélection

$$\underbrace{\hbar\Omega}_{\text{énergie du photon}} = E - E' = E_n + \hbar\omega_0 (m_\ell + 2m_s) - E_{n'} - \hbar\omega_0 (m_\ell' + 2m_s')$$

or $m_s' = m_s$

soit $\hbar\Omega = E_n - E_{n'} + \hbar\omega_0 \underbrace{(m_\ell - m_{\ell'})}_{\Delta m_\ell = 0 \pm 1}$

soit finalement

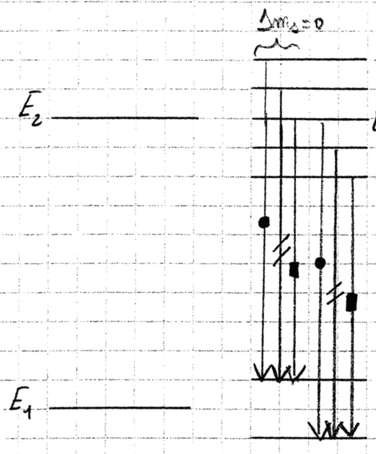
$$\left.\begin{aligned} \hbar\Omega_1 &= E_n - E_{n'} \\ \hbar\Omega_2 &= E_n - E_{n'} - \hbar\omega_0 \\ \hbar\Omega_3 &= E_n - E_{n'} + \hbar\omega_0 \end{aligned}\right\} \equiv \text{triplet de Lorentz.}$$

eg : transition $n = 2 \longrightarrow n = 1$

$\ell = \cancel{0}, 1$ car $\Delta\ell = \pm 1$; $\ell = 0$ — fixer par rappel aux règles de sélection

$m_\ell = 0 \pm 1$; $m_\ell = 0$

$m_s = \pm 1/2$; $m_s = \pm 1/2$



m_ℓ	m_s	ΔE_3
1	1/2	$2\hbar\omega_0$
0	1/2	$\hbar\omega_0$
-1	1/2	0
1	-1/2	0
0	-1/2	$-\hbar\omega_0$
-1	-1/2	$-2\hbar\omega_0$
0	1/2	$\hbar\omega_0$
0	-1/2	$-\hbar\omega_0$

6 transitions mais 3 énergies ≠ pour le photon.